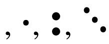
821. D'Amore B. (2013). Matematica e semiotica. *La Vita Scolastica*. 68, 3, 16-17. ISSN: 0042-7349.

Che cosa c'entra la semiotica con l'insegnamento-apprendimento della matematica?

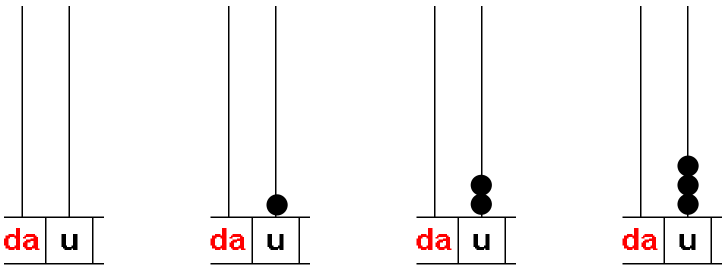
Bruno D'Amore
CADE, Dottorato di Ricerca in Didattica della Matematica, Universidad Distrital, Bogotà

La presenza della semiotica nella didattica è esplicita, ma spesso, troppo spesso, dimenticata o ignorata.
Cominciamo da alcuni esempi, mostrando l'enorme quantità di registri e rappresentazioni ausiliarie che i bambini sono costretti ad apprendere a gestire in tutta fretta, spesso senza spiegazioni esplicite, come se tutto dovesse essere appreso di per sé stesso.

Esempio 1. I numeri naturali da zero a tre.
I primi quattro numeri naturali nella scuola primaria possono essere rappresentati usando diversi registri semiotici e rappresentazioni ausiliarie.
Lingua naturale: zero, uno, due, tre.
Sistema di numerazione indiano-arabo: 0, 1, 2, 3.
Sistema di numerazione romano: , I, II, III.
Scrittura simbolica della teoria degli insiemi: card(∅), card({a}), card({a, b}), card({a, b, c}).

Rappresentazioni ausiliarie tratte dai dadi da gioco: 
Registro grafico (linea dei numeri):

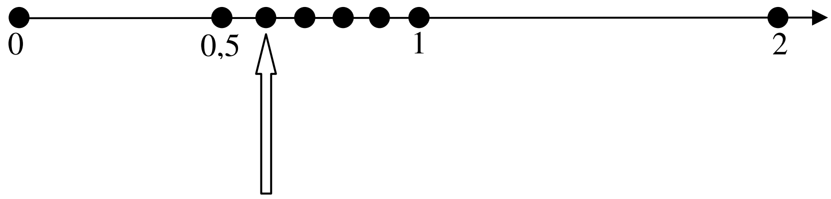
Rappresentazioni ausiliarie prodotte dall'artefatto abaco:



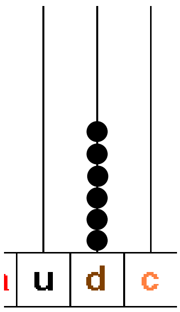
Rappresentazioni ausiliarie prodotte dagli artefatti regoli o numeri colorati o reglettes [di George Cuisenaire (1891 – 1976) e Caleb Gattegno (1911 – 1988), e le loro raffigurazioni, rappresentazioni ausiliarie]

Si noti che in alcuni registri (come in alcune rappresentazioni ausiliarie) lo zero non è presente.

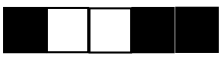
Esempio 2. Il numero razionale 0,6.
L'oggetto matematico "0,6" può essere espresso, nella SP, nei seguenti registri semiotici, dando luogo a varie rappresentazioni semiotiche oppure ausiliarie.
Lingua naturale: Zero virgola sei (o zero punto 6).
Sistema di numerazione indiano-arabo: 0,6.
Notazione decimale che evidenzia il periodo: $0{,}6\overline{0}$ oppure $0{,}5\overline{9}$.
Notazione frazionaria: $\frac{3}{5}$ e tutte le (infinite) frazioni ad essa equivalenti.
Registro grafico (linea dei numeri):



Rappresentazione ausiliaria prodotta ricorrendo all'artefatto abaco:



Rappresentazione ausiliaria prodotta con l'artefatto reglettes ($\frac{3}{5}$ sullo strumento: cioè 3 caselle colorate su 5):

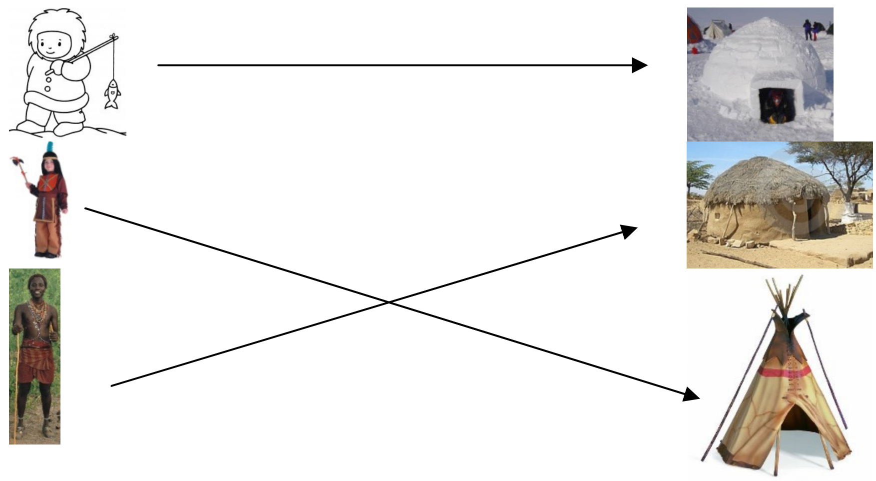


o analoghe.

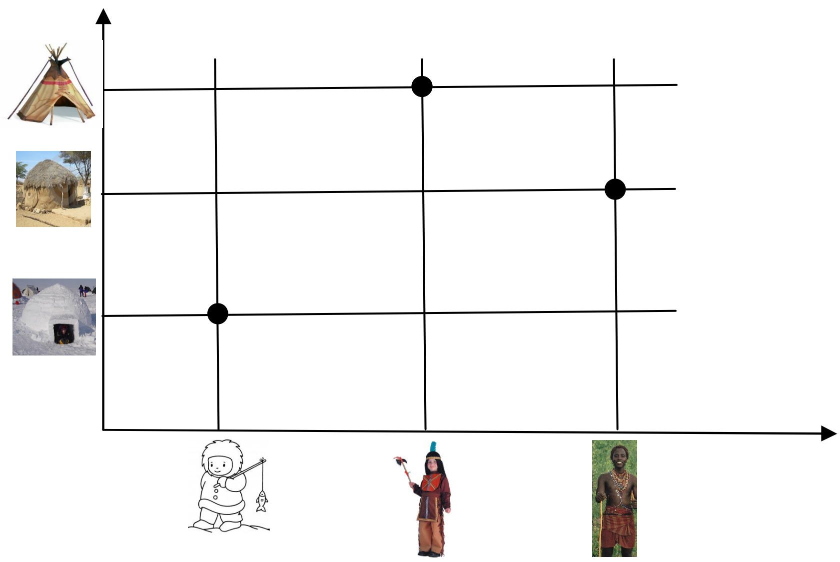
Esempio 3. I segni matematici.
Tutti i segni matematici hanno varie modalità di espressione in diversi registri. Per esempio, ecco i segni normalmente utilizzati per le relazioni binarie più ricorrenti a scuola:
uguale = maggiore > minore <.
Questi tre aggettivi si usano in matematica e nella lingua naturale, ma non è detto che i significati coincidano. Per esempio, "uguale" in matematica (in particolare nel registro della scrittura algebrica) significa "coincidente" o, meglio, si dice che a=b quando, in qualsiasi occorrenza di a, ad a si può sostituire b. In lingua, la stessa parola può significare cose assai diverse («Quel bambino è uguale a sua mamma»; «Quei *due* quadri sono uguali»: se sono due, non è già più l'uguaglianza matematica dato che quest'ultima comporta coincidenza).
Uguale, maggiore, minore hanno senso in matematica fra numeri o fra misure espresse nella stessa unità di misura. Ma spesso se ne fa un uso distorto.

Esempio 4. Relazioni binarie.

Rappresentazione sagittale o a frecce (nel registro della rappresentazione figurale di relazioni tra insiemi):



Rappresentazione cartesiana (nel registro grafico):



Rappresentazione in lingua naturale:
Il piccolo Inuit vive nell’igloo; il piccolo Sioux vive nel tepee; il piccolo Masai vive nel bohío.

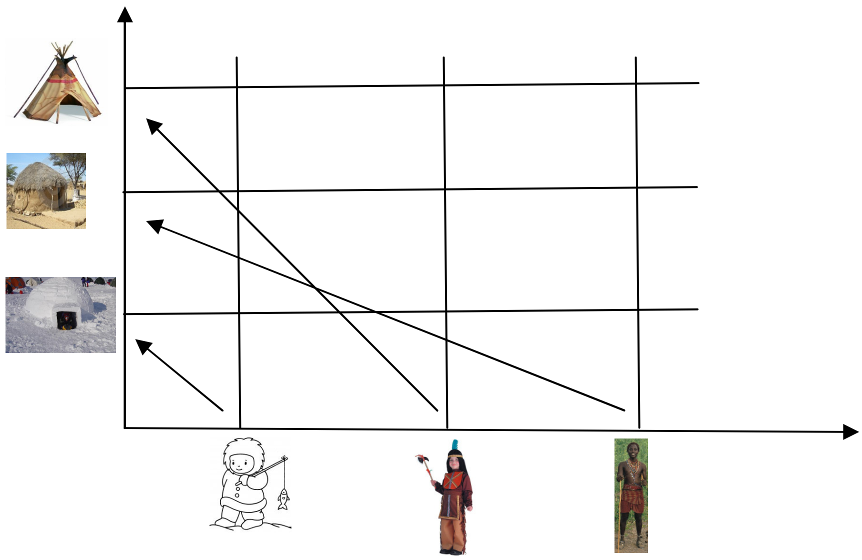
Rappresentazione in diagramma a quadri o caselle (nel registro della rappresentazione figurale di relazioni tra insiemi):

			
	X		

			X
		X	

Per costruire cognitivamente un oggetto matematico, bisogna imparare a far uso con una certa padronanza di diverse sue rappresentazioni semiotiche; ma tuttavia un eccesso di rappresentazioni nuoce all'apprendimento.
Per esempio, è quel che abbiamo riscontrato in allievi che hanno a lungo usato le reglettes. A parte il fatto che esse sono per nulla adatte a rappresentare semioticamente lo zero (sta bene mostrare che 3+7 o 2+8 formano 10, ma come fare a rappresentare il fatto che anche 0+10 è 10?), tutto questo armamentario che trasforma il sistema numerico decimale in fattori cromatici non può essere preso sul serio da un punto di vista semiotico, perché i colori non formano un sistema semiotico; ed infatti, non appena le cose si fanno un po' più serie (operazioni di moltiplicazione e divisione), bisogna rapidamente abbandonare lo strumento.
E, comunque, la gestione delle rappresentazioni e la trasformazione dell'una nell'altra va insegnata da noi adulti ed è appresa non senza problemi dai bambini, non avviene spontaneamente, da sola.
Per esempio, nel caso dell'esempio 4 dato in questo precedenza, abbiamo riscontrato bambini che avevano avuto successo nella rappresentazione sagittale, passare spontaneamente alla seguente "cartesiana".

Rappresentazione "cartesiana":



Come dar loro torto, onestamente? Le frecce avevano avuto successo semiotico, nel caso precedente; perché ora non vanno più bene?

In una parola finale: negli ultimi 20 anni si è mostrato in modo inequivocabile che molte delle difficoltà che gli studenti mostrano in aula nelle ore di matematica, non sono relative alla matematica, ma alla difficoltà della gestione delle tante rappresentazioni semiotiche messe in gioco durante quelle ore.

Distinguere fra matematica e sue rappresentazioni semiotiche, fra oggetti della matematica e oggetti fisici che li rappresentano, è divenuto tema di studio concreto, che definitivamente dovrebbe entrare nel mondo della formazione docente.

Per saperne di più

D'Amore B., Fandiño Pinilla M. I., Iori M. (2013). *Primi elementi di semiotica. La sua presenza e la sua importanza nel processo di insegnamento-apprendinento della matematica*. Prefazioni di Raymond Duval e di Luis Radford. Bologna: Pitagora.